Additions-/Subtraktionsverfahren

Ein lineares Gleichungssystem lässt sich auch mit dem Additions-/Subtraktionsverfahren lösen.
Im Folgenden siehst du vier Beispiele:

Praktische Hinweise:	Beispiel 1: (1) $3x - y = 7$ (2) $-x + 2y = -1$
Additions-/Subtraktionsverfahren <u>Ziel</u>: Durch das Addieren oder Subtrahieren der beiden Gleichungen muss man eine Gleichung mit nur einer Variablen erhalten. <u>Weg</u>: Evtl. muss man eine Gleichung oder sogar beide Gleichungen zunächst vervielfachen. Eine der anderen beiden Gleichungen wird übernommen (freie Auswahl!). <u>Besonders wichtig</u>: Die waagerechten Trennstriche gehören wie die Nummerierung der Bedingungsgleichungen zur übersichtlichen Darstellung der Lösung.	(1) $3x - y = 7$ <u>(2) $-x + 2y = -1$</u> $/\cdot 3$ (1) $3x - y = 7$ <u>(2) $-3x + 6y = -3$</u> (1) $3x - y = 7$ (1)+(2)=<u>(3) $5y = 4$</u>
Lösen der linearen Bedingungsgleichung (3).	(3) $5y = 4$ $/:5$ $y = 0{,}8$
Einsetzen des errechneten Wertes in die übernommene Bedingungsgleichung.	(1) $3x - 0{,}8 = 7$ $/+0{,}8$ $3x = 7{,}8$ $/:3$ $x = 2{,}6$
Angabe der Lösung (Variablenwerte alphabetisch angeben!)	Damit ist die Lösung (2,6; 0,8).
Eine **Probe** kann folgendermaßen durchgeführt werden**:** Einsetzen der errechneten Werte in **beide Ausgangsgleichungen**	(1) $3\cdot 2{,}6 - 0{,}8 = 7$ (2) $-2{,}6 + 2\cdot 0{,}8 = -1$ Beide Aussagen sind wahr, d.h. es liegt kein Rechenfehler vor.

Anschauliche Auswertung:
Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist der Punkt (2,6; 0,8).

Praktische Hinweise:	Beispiel 2: (1) -3x – 5y = 7 (2) 2x + 2y = -1
Additions-/Subtraktionsverfahren Ziel: Durch das Addieren oder Subtrahieren der beiden Gleichungen muss man eine Gleichung mit nur einer Variablen erhalten. Weg: In diesem Beispiel muss man zunächst beide Gleichungen vervielfachen. Eine der anderen beiden Gleichungen wird übernommen (freie Auswahl!). Besonders wichtig: Die waagerechten Trennstriche gehören wie die Nummerierung der Bedingungsgleichungen zur übersichtlichen Darstellung der Lösung.	(1) -3x – 5y = 7 /· 2 (2) 2x + 2y = -1 /· 5 (1) -6x – 10y = 14 (2) 10x + 10y = -5 (1) -6x – 10y = 14 (1)+(2)=(3) 4x = 9
Lösen der linearen Bedingungsgleichung (3).	(3) 4x = 9 /:4 $x = \frac{9}{4} = 2{,}25$
Einsetzen des errechneten Wertes in die übernommene Bedingungsgleichung. Man kann auch die entsprechende Ausgangsgleichung nehmen.	(1) -6 · 2,25 – 10y = 14 -13,5 – 10y = 14 /+13,5 -10y = 27,5 /:(-10) y = - 2,75
Angabe der Lösung (Variablenwerte alphabetisch angeben!)	Damit ist die Lösung (2,25; – 2,75).
Eine **Probe** kann folgendermaßen durchgeführt werden**:** Einsetzen der errechneten Werte in **beide Ausgangsgleichungen**	(1) $-3 \cdot 2{,}25 - 5 \cdot (-2{,}75) = -6{,}75 + 13{,}75 = 7$ (2) $2 \cdot 2{,}25 + 2 \cdot (-2{,}75) = 4{,}5 - 5{,}5 = -1$ Beide Aussagen sind wahr, d.h. es liegt kein Rechenfehler vor.

Anschauliche Auswertung:
Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist der Punkt (2,25; – 2,75).

<u>Beispiel 3 (für keine Lösung):</u>

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(2) $-x + 2y = -2$</u> $\quad / \cdot 2$

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(2) $-2x + 4y = -4$</u>

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(1)-(2)=(3) $0 = 7$</u>

Auswertung:
Da 0 = 7 eine falsche Aussage ist, hat das ursprüngliche lineare Gleichungssystem keine Lösung, ist also unerfüllbar.
Anschaulich:
Die beiden Geraden im Koordinatensystem liegen parallel, sind aber nicht identisch.

Beispiel für unendlich viele Lösungen:

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(2) $-x + 2y = 1,5$</u> $\quad / \cdot 2$

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(2) $-2x + 4y = 3$</u>

(1) $-2x + 4y = 3$

<u>(1)-(2)=(3) $0 = 0$</u>

Auswertung:
Da 0 = 0 eine wahre Aussage (eine allgemeingültige Gleichung) ist, ist die einzige Bedingung, die die Wertepaare (x;y) erfüllen müssen, die Gleichung (1).
Anschaulich:
Beide Gleichungen beschreiben die gleiche Gerade im Koordinatensystem.